

soMGis: UMA FERRAMENTA PARA CONSTRUIR REGIÕES

Roberto Henriques, Fernando Bação,

Instituto Superior de Estatística e Gestão de Informação, Universidade Nova de Lisboa,

Campus de Campolide 1070-312 Lisboa, Fax: 21 387 21 40,

e-mail: {roberto,bacao}@isegi.unl.pt

Resumo

Os *Self-Organizing Maps* (SOM) são redes neuronais artificiais capazes de organizar informação num espaço bidimensional usando um vector de duas dimensões de neurónios. No contexto deste trabalho o SOM é utilizado como forma de produzir soluções para o conhecido problema “*p-median*” e para a construção de regiões com populações semelhantes. Assim, foi desenvolvida uma aplicação, o soMGis, em ambiente Visual Basic 6.0, usando o componente MapObjects 2.0 da ESRI, que permite gerar soluções para ambos os problemas apresentados.

Palavras-chave: self-organizing maps, *p-median*, construção de regiões

1. Introdução

Uma Rede Neuronal Artificial (RNA) é um conjunto de elementos de processamento simples, unidades ou neurónios, cuja funcionalidade é inspirada na estrutura neuronal do cérebro humano. As RNA são programas de computador criadas para simular o processo de aprendizagem humano através do estabelecimento e reforço de ligações entre os dados de entrada e de saída (Campbell, 1996). Uma RNA que tem sido usada com bastante êxito na análise de dados espaciais é o *Self-Organizing Maps* - SOM (Kohonen, 2001).

Os SOM são redes neuronais artificiais capazes de organizar informação num espaço, normalmente, bidimensional usando um vector de n dimensões de neurónios (Rizzo & Arrigo, 2002). O SOM é baseado em aprendizagem não supervisionada, o que significa que o treino é inteiramente orientado pelos dados e que os neurónios do mapa competem entre si (Tso e Mather, 2001).

No contexto deste trabalho o SOM é utilizado como forma de produzir soluções para o conhecido problema “*p-median*” (Krarup e Pruzan, 1983; Mirchandani e Francis, 1990),

bem como uma ferramenta para a construção de regiões com populações semelhantes (Openshaw 1978).

O problema “*p-median*” é um problema clássico de optimização combinatória. Este pode ser descrito como a localização de nós numa rede minimizando a soma de todas as distâncias de cada ponto dessa rede ao nó mais próximo.

A construção de regiões, referida muitas vezes na bibliografia como desenho de zonas (Openshaw, 1978), tem sido um problema largamente estudado. Este facto deve-se sobretudo à expansão dos Sistemas de Informação Geográfica (SIG) combinado com o aumento da informação geográfica digital disponível. A informação geográfica possui, normalmente, objectos geográficos definidos por fronteiras que não são reais. A construção de regiões consiste basicamente numa generalização onde um determinado número de áreas é reduzido de forma a obter um número mais pequeno de regiões, com um objectivo pré-determinado.

Neste trabalho testou-se uma aproximação à resolução do problema de construção de regiões através do uso dos SOM. A secção 2 faz uma pequena revisão sobre os SOM, apresentando as principais características e o respectivo algoritmo. A secção 3 faz uma pequena descrição sobre o problema do “*p-median*” e o desenho de zonas referindo os seus objectivos, importância e aplicabilidade. A apresentação da aplicação desenvolvida para este trabalho é feita na secção 4. Nesta secção é descrito todo o processo que deve ser seguido na aplicação desde a introdução dos dados até à construção de regiões. Na secção 5 são executados alguns testes, variando os valores dos parâmetros de treino da rede e a estrutura da própria rede. Finalmente na secção 6 é feita uma análise dos resultados e uma pequena discussão acerca do trabalho.

2. Self-Organizing Maps (SOM)

Os SOM são redes neuronais com especial interesse nas tarefas de “*clustering*” e visualização. Podem ser usados para projectar uma grande quantidade de informação de elevada dimensão numa dimensão menor (normalmente uma ou duas dimensões), retendo contudo o padrão inicial da informação. Ou seja, informação que se encontra próxima de um conjunto de informação, permanecerá próximo no *output*. Os neurónios são unidades

sensíveis que possuem a capacidade de modificar um conjunto de parâmetros de forma a alterar o seu *output* durante o processo de aprendizagem.

Princípios básicos

O algoritmo de treino dos SOM envolve essencialmente dois passos, o processo de aprendizagem da rede e a sua projecção (Figura 1). A aprendizagem da rede diz respeito ao processo de movimentação que os neurónios fazem de forma a criar um conjunto representativo dos dados de entrada. Esta fase reduz, normalmente, a complexidade nos dados, uma vez que o número de neurónios é inferior ao número de dados de entrada. Este pode ser considerado o processo de classificação ou *clustering*.

O processo de projecção dos neurónios permite a representação numa rede regular, geralmente, bidimensional que permite ao utilizador uma interpretação simplificada dos resultados. Esta fase é essencialmente de produção de uma forma visual de interpretação da posição dos neurónios permitindo assim ao utilizador a identificação dos *clusters* formados. Esta fase é extremamente dependente da experiência do utilizador, dependendo deste a qualidade da interpretação da projecção.

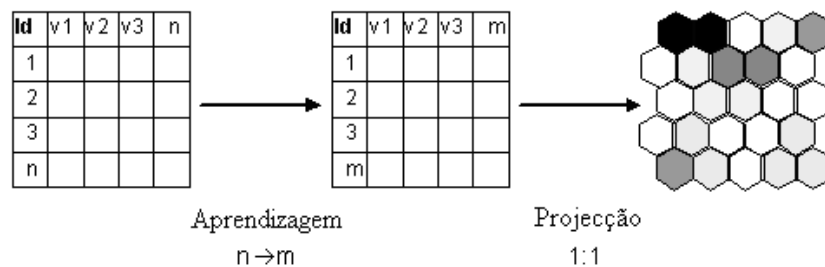


Figura 1 – Ilustração dos princípios do SOM

Algoritmo

Os passos anteriormente descritos, a aprendizagem e projecção dos neurónios, constituem a base para o algoritmo do SOM.

A aprendizagem da rede neuronal decorre da seguinte forma (Figura 2):

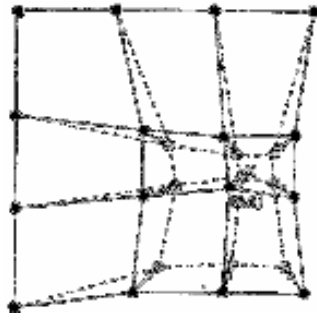


Figura 2 – Actualização da rede.

De seguida é descrito de forma sucinta o algoritmo do SOM.

```

Iniciar aleatoriamente os pesos dos neurónios

Definir parâmetros topológicos de vizinhança e taxa de aprendizagem

Fazer para  $n$  iterações
    Para cada individuo
        Apresentar indivíduo à rede
        Definir neurónio vencedor
        Alterar pesos desse neurónio
        Alterar pesos dos neurónios vizinhos
    Actualizar parâmetros da rede (taxa de aprendizagem e raio de vizinhança)

```

Para efectuar o treino de uma rede SOM é necessário especificar um elevado número de parâmetros. Esta diversidade provém da natureza heurística do SOM e da falta de um critério objectivo a atingir durante o treino. Os melhores parâmetros são assim obtidos através da experimentação, mas as diferenças são na maioria das vezes de pormenor.

A determinação dos parâmetros de aprendizagem é normalmente empírica, baseada na experiência do utilizador e métodos de tentativa e erro.

A taxa de aprendizagem (ta), deve assumir um valor definido pelo utilizador $[0,1]$ e deve decrescer com o tempo (t) até um valor próximo de zero. A função de vizinhança $V(t)$ assume um valor definido no instante zero, $V(0)$, adequado de forma que maximize a qualidade da formação do mapa, valor este que também irá decrescer para zero.

A dimensão do SOM e o seu tamanho dependem do tipo de problema e objectivo. A literatura mostra que a determinação do tamanho do SOM é um processo empírico (Kohonen, 2001). Em geral, o SOM bidimensional é usado devido à sua capacidade de projecção dos dados de dimensão p num mapa bidimensional.

A quantidade dos dados de treino também auxilia o processo de decisão sobre o tamanho do SOM. Para grandes volumes de dados, SOMs razoavelmente grandes são mais adequados. Todavia, SOMs muito grandes podem comprometer o desempenho do algoritmo. Quando estamos perante SOMs muito pequenos existe a possibilidade de comprometer a integridade da formação topológica do SOM (Kohonen, 2001).

Desde o seu aparecimento, em 1982, os SOM vêm sendo aplicados numa ampla variedade de problemas de engenharia, medicina etc. Destacam-se as potencialidades de visualização de dados multivariados, análise de *clusters*, descoberta de conhecimento e compressão de dados (Kohonen, 2001).

3. O problema “*p-median*” e a construção de regiões

Modelos de localização de infra-estruturas têm sido propostos como ferramentas de apoio à decisão, principalmente quando existem bases de dados geograficamente referenciadas. Nestes casos, os SIG podem ser particularmente úteis na análise espacial. Problemas complexos de localização de infra-estruturas podem ser tratados com SIG, tendo em consideração informação espacial e sócio-económica. A integração de algoritmos de localização neste tipo de sistemas começou há alguns anos, mas o seu uso na resolução de problemas de localização ainda não está totalmente difundido.

O problema da localização óptima de infra-estruturas é um problema que se baseia na procura da localização para um qualquer tipo de infra-estrutura, num espaço determinado, de tal forma que um, ou vários critérios sejam otimizados.

Problema “p-median”

O problema *p-median* é, geralmente, conhecido como o problema de localizar P infra-estruturas relativas a um conjunto de clientes, de tal forma que a soma do caminho mais curto entre os “clientes” e as infra-estruturas seja minimizada.

A solução deste problema não é simples, e o número de soluções possíveis para um problema deste tipo é dado por:

$$\binom{N}{P} = \frac{N!}{P!(N-P)!}$$

onde N é o número de clientes e P o número de infra-estruturas a serem localizadas. Por exemplo se o número de clientes for 20 e o número de infra-estruturas for de 5, o número de soluções possíveis para este problema é de 15504. Se aumentarmos o valor de N para 100 e o valor de P para 10 então o número de soluções ascende a 1.73¹³.

O problema do “*p-median*” é um problema NP-completo (Megiddo & Supowit, 1984; Plastia, 2002), e por esse motivo uma solução global óptima é extremamente difícil de ser obtida. Um problema NP-completo pertence à classe de complexidade de problemas de decisão, para os quais as respostas podem ser verificadas rapidamente e através de algoritmos que resolvem todos os problemas NP-completos (Gomes *et al.*, 2004).

Construção de regiões

A construção de regiões constitui um desafio para os geógrafos, devido à sua complexidade mas também à sua riqueza conceptual (Bação & Painho, 2002). Este é um problema que encontramos com frequência na Ciência da Informação Geográfica (CIG), e que consiste na construção de *m* regiões a partir de *n* áreas, sendo que *n* > *m*, sujeito a um critério pré-determinado. O exemplo mais famoso desta classe de problemas é corporizado pelo desenho de círculos eleitorais, usualmente designado na literatura anglo-saxónica “electoral districting”. Assim, partindo de um conjunto de áreas, por exemplo as freguesias, procuramos construir um conjunto de regiões sujeitas a determinados objectivos de optimização. Tipicamente, no caso do desenho de círculos eleitorais, a primeira restrição consiste em garantir que todas as regiões construídas são compostas por áreas contíguas. Em termos de optimização o primeiro e mais importante objectivo traduz-se na proximidade entre o número de eleitores das diferentes regiões. Por outras palavras, procuramos construir regiões que apresentem um número semelhante de eleitores. (Bação *et al.*, 2004)

Neste trabalho usamos o problema “*p-median*” como inspiração para a resolução do problema da construção de regiões populacionalmente equilibradas. Como já foi referido o “*p-median*” consiste na localização de vários nós que minimizam a soma das distâncias entre cada nó e os “clientes” (Figura 3). Por forma a transformar o “*p-median*” num problema de construção de regiões basta considerar os clientes como representantes da população e os nós como representantes das regiões.

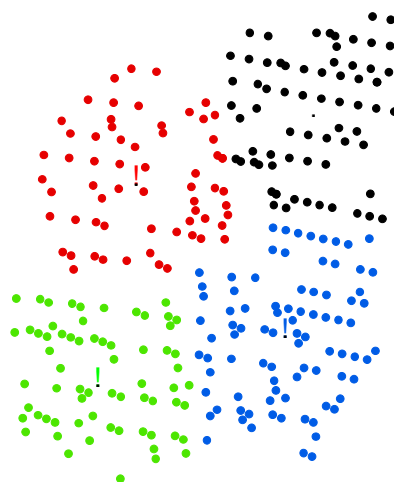


Figura 3 – Problema do “*p-median*” e construção de regiões

Assim, o primeiro passo consiste em gerar pontos para cada unidade espacial de população (neste caso o concelho) em número proporcional à população existente. Este conjunto de pontos gerados de forma aleatória possui uma densidade directamente proporcional ao valor da população para os concelhos da região do Alentejo (Figura 4), sendo que quanto maior for a população maior será o número de pontos representativos.



Figura 4 – Geração de pontos aleatórios

Este conjunto de pontos servirá para treinar um SOM. No final do treino cada neurónio do SOM representará um sub-conjunto dos pontos originais, na medida em que a cada um dos pontos é atribuído um neurónio vencedor (neurónio resultante do problema “*p-median*” que se encontra mais próximo). O posicionamento dos neurónios que observamos no final do treino (Figura 5) foi condicionado pela quantidade de pontos que cada um dos diferentes concelhos possui. Os neurónios foram colocados por forma a minimizar a distância entre cada um deles e os pontos que representam.

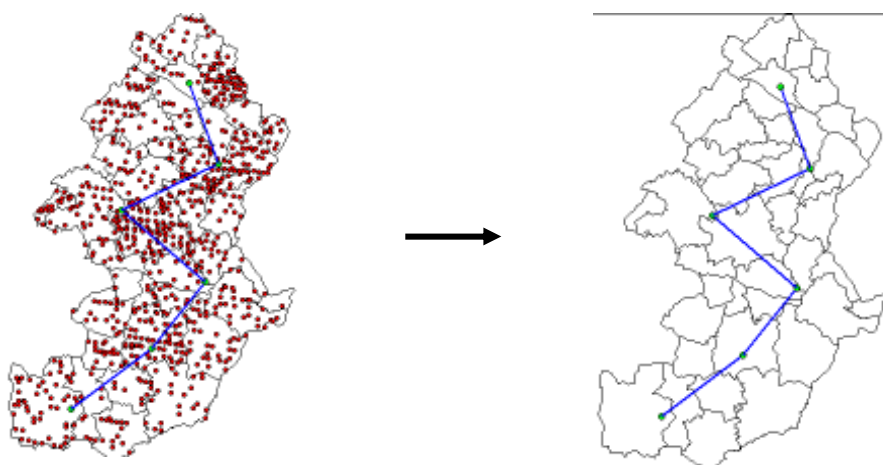


Figura 5 – Aspecto da distribuição dos neurónios do SOM no final do treino

A construção das regiões é feita associando a cada neurónio os concelhos que se encontram mais próximo desse neurónio do que de qualquer outro. Esta associação é feita com base nas distâncias medidas entre os neurónios e as fronteiras dos diferentes concelhos. Ou seja, para cada concelho é determinado o neurónio que se encontra mais

próximo, e a aglomeração dos concelhos que partilham o mesmo neurónio formam as várias regiões.

4. Aplicação soMGis

A aplicação soMGis foi desenvolvida em ambiente Visual Basic 6.0, usando o componente MapObjects 2.0 da ESRI, que permite gerar soluções para ambos os problemas apresentados. Esta ferramenta possui uma interface gráfica que permite a utilização do soMGis de forma simples e rápida (Figura 6).

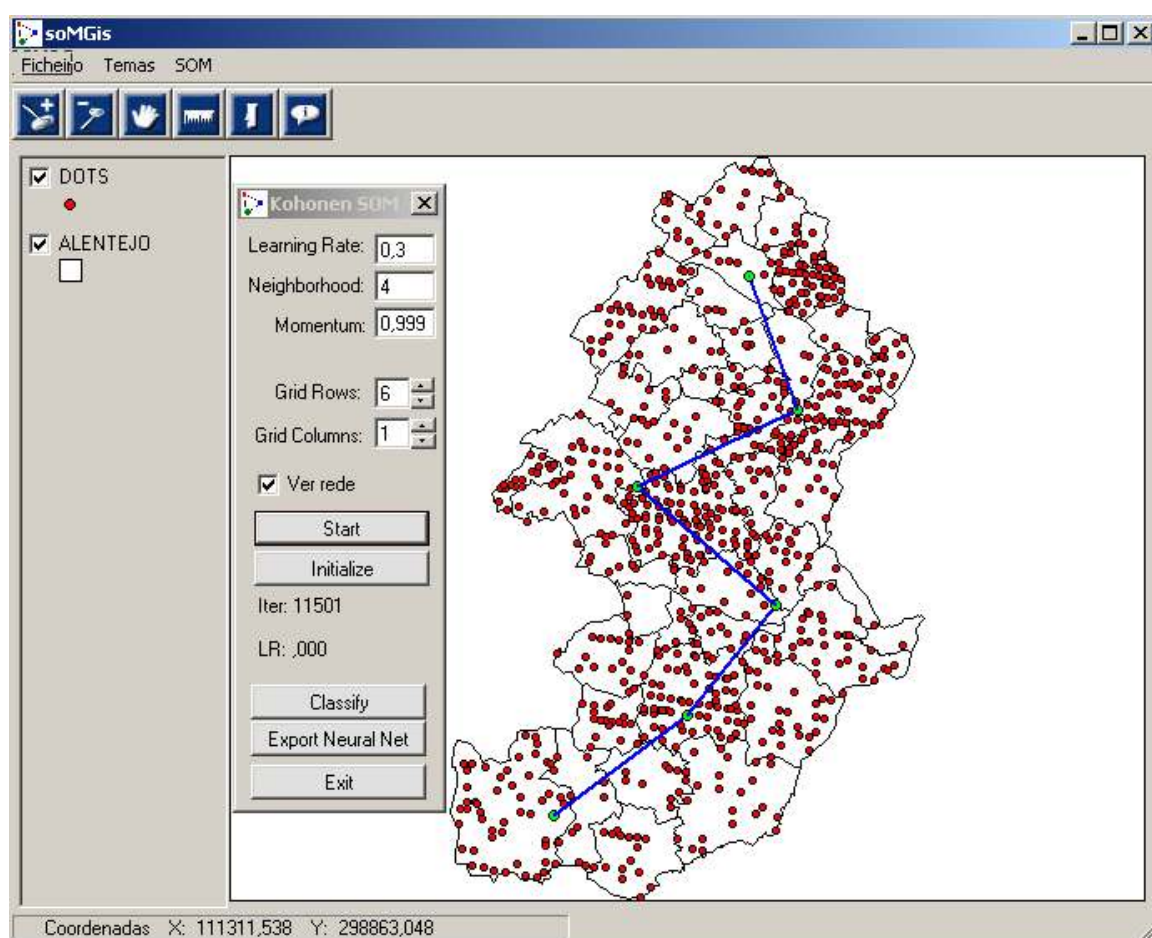


Figura 6 – Interface principal do soMGis

A utilização do soMGis baseia-se em cinco passos essenciais:

1. Carregamento do tema base a partir do qual será calculada a rede SOM.

Este tema terá que ser no formato *shapefile* da *ESRI* e deve possuir um campo do tipo numérico que possua registo da variável que deseja estudar (Figura 7).



Figura 7 – Formulário de introdução do tema

2. Geração de pontos aleatórios

Este procedimento visa gerar um conjunto de pontos aleatórios com base no tema adicionado anteriormente de tal forma que, o número de pontos por polígono seja proporcional à característica de interesse. No presente trabalho o número de pontos gerados aleatoriamente é proporcional à população existente em cada um dos concelhos da região do Alentejo.

Neste processo é apresentado ao utilizador o formulário apresentado na Figura 8, no qual este deve definir o tema (*shapefile*) adicionado anteriormente, o campo que possui a variável de estudo (população) e ainda o número mínimo e máximo de pontos a gerar aleatoriamente. Ao definir estes parâmetros, o utilizador define o número de pontos gerados para o objecto geográfico com menor e maior valor na variável de estudo. O número de pontos para cada um dos objectos geográficos restantes é obtido através de interpolação.

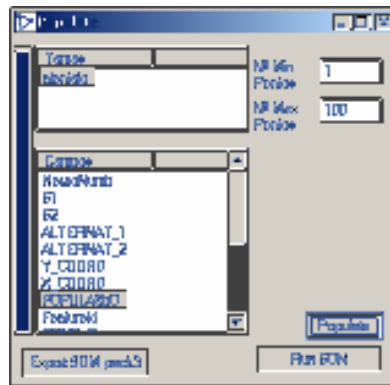
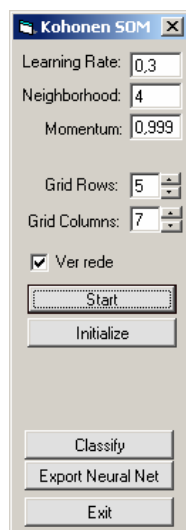


Figura 8 - Escolha dos parâmetros para a criação de pontos aleatórios

3. Definição dos parâmetros iniciais da rede SOM

Neste passo vamos definir os parâmetros para o treino da rede do SOM. Os parâmetros que devemos fornecer são introduzidos num formulário, como exemplificado na figura seguinte (Figura 9) e são constituídos por:



- Learning Rate* – taxa de aprendizagem dos neurónios em cada iteração.
- Neighborhood* – ordem de vizinhança afectada quando o neurónio é movido.
- Momentum* – valor que, na fase de actualização dos parâmetros da rede, multiplicado pelos parâmetros anteriormente definidos fornece o novo valor para cada um desses parâmetros.
- Grid rows* - número de linhas da rede de neurónios
- Grid columns* - número de colunas da rede de neurónios

Figura 9 – Formulário de introdução dos parâmetros de treino da rede

4. Treino da rede

Fase do processo em que se inicia o treino, podendo assistir-se à movimentação dos neurónios (Figura 10) em função dos dados introduzidos e à actualização da taxa de aprendizagem e grau de vizinhança. A taxa de aprendizagem tende para 0 e quanto mais se aproxima deste valor a estabilidade da rede neuronal aumenta. Nesta fase, deve

proceder-se à variação dos parâmetros de treino de forma a compreender a reacção da rede a diferentes valores, percebendo que valores fornecem o resultado mais válido.

De referir que a aplicação soMGis tem uma pequena variação ao algoritmo apresentado inicialmente. No algoritmo “original” os parâmetros de treino são actualizados após cada época (período em que todos os dados de entrada são apresentados à rede). A aplicação soMGis usa um processo alternativo, em que essa actualização é feita após a apresentação de cada um dos dados de entrada. A apresentação dos dados à rede é feita de forma aleatória, tal como acontece com o algoritmo original.

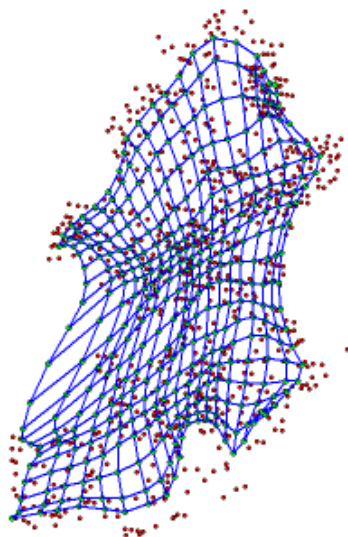


Figura 10 – Treino da rede (rede de 20 x 20 neurónios)

5. Criação de regiões

Esta é a fase em que é atribuído a cada unidade espacial um neurónio (neurónio vencedor), que se caracteriza por ser o neurónio mais próximo (Figura 11). A forma como o neurónio vencedor é calculado pode ser variada, usando-se por exemplo como valor referencia, a distância mais próxima entre o neurónio e a unidade espacial. Outra abordagem consiste em medir a distância do neurónio até ao centróide da unidade espacial.

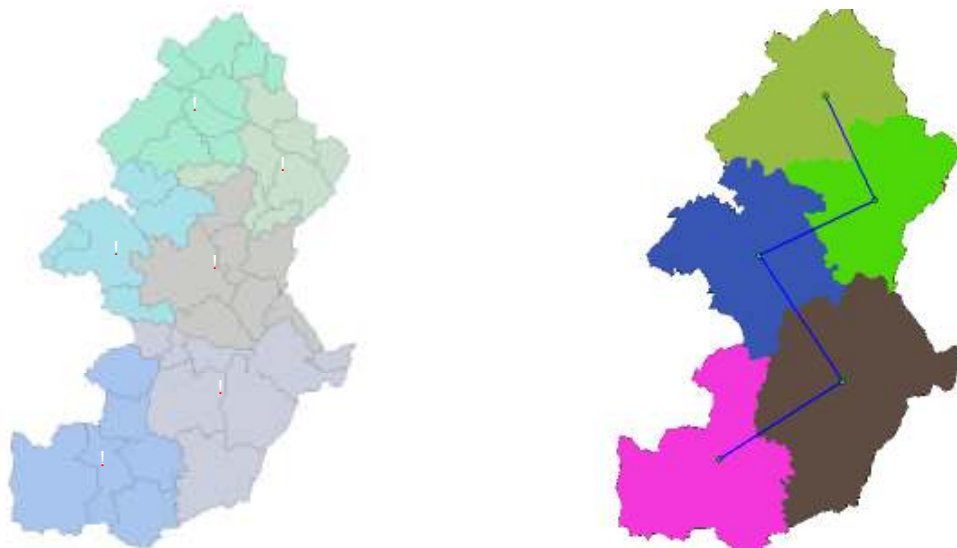


Figura 11 - Criação de Regiões

5. Testes

Como forma de avaliar o funcionamento do soMGis procedemos a um conjunto de testes que permitiram avaliar as principais características da aplicação.

Nos testes efectuados com a aplicação apresentada foram usados dados sobre os concelhos da região do Alentejo, em particular a sua população para o ano de 2001.

O primeiro teste efectuado consiste na variação da taxa de aprendizagem da rede, obtendo-se os resultados apresentados na figura seguinte (Figura 12).

Os resultados são apresentados em forma tabular e gráfica. Na tabela são apresentados os parâmetros usados no treino da rede e alguns resultados. Assim, examinando em detalhe o primeiro teste da Figura 12, podemos observar que a taxa de aprendizagem (*LR*) é de 0.3; o grau de vizinhança (*Viz*) usado é 4; o *Momentum* é (0.999); a rede neuronal é unidimensional e possui 6 x 1 neurónios (*Rows* e *Columns*); o valor mínimo e máximo para o número de pontos gerados aleatoriamente em cada concelho é de 1 e 100, respectivamente. Em termos de resultados, o valor de *erro* é 23881.03. Este erro é obtido através da soma das distâncias entre cada um dos pontos de entrada com o neurónio vencedor, dividido pelo número total de neurónios.

$$Erro = \frac{\sum_{i=1}^j \sqrt{(x_i - x_n)^2 + (y_i - y_n)^2}}{N}$$

onde,

j = número de dados de entrada

x_i = coordenada x do dado de entrada i

y_i = coordenada y do dado de entrada i

x_n = coordenada x do neurónio mais próximo do dado de entrada i

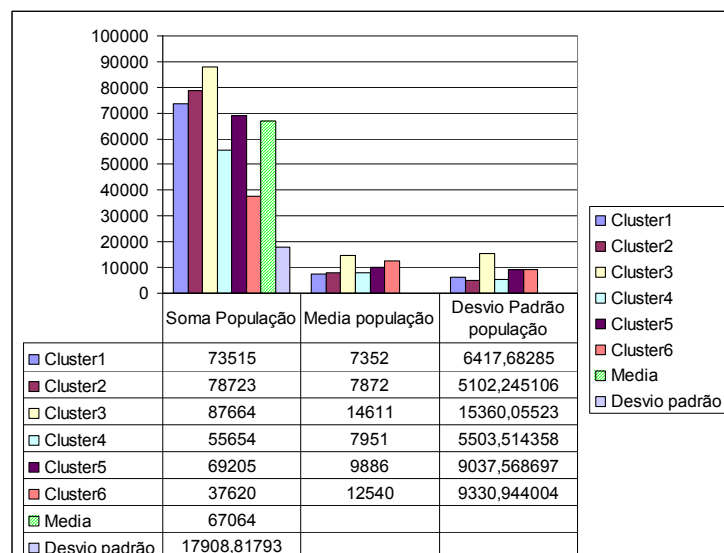
y_n = coordenada y do neurónio mais próximo do dado de entrada i

N = número total de neurónios

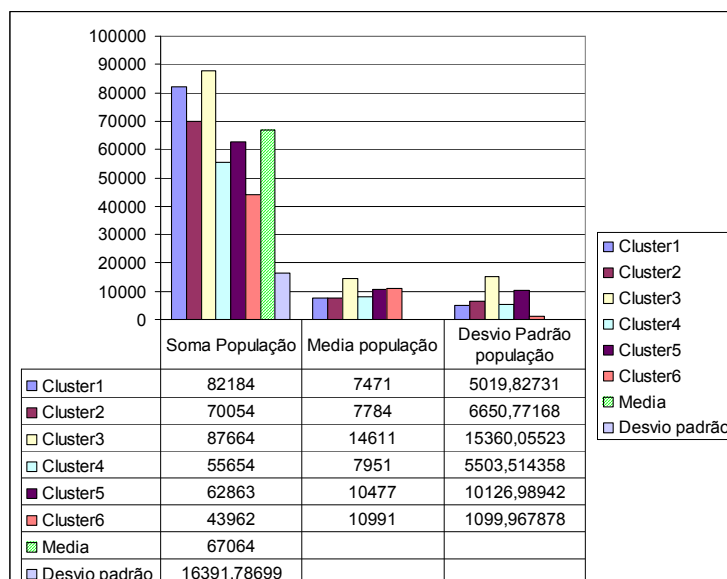
O segundo parâmetro que permite avaliar acerca da qualidade das regiões formadas é o *desvio padrão*. Este valor afere quão próxima está a media da população de cada região, relativamente à média total de população.

Relativamente ao gráfico é apresentada informação relativa à população existente para cada região construída; a média de população para toda a área de estudo (barra com trama verde na diagonal); a média da população para cada uma das regiões; e o desvio padrão em termos de população para cada uma das regiões formadas.

LR	0.3
Viz	4
Momentum	0.999
Rows	6
Columns	1
Pontos Min	1
Pontos Max	100
Erro	23881,0394
Desvio Padrão	17908,81



LR	0.5
Viz	4
Momentum	0.999
Rows	6
Columns	1
Pontos Min	1
Pontos Max	100
Erro	24107,8691
Desvio Padrão	16391,78



LR	0.8
Viz	4
Momentum	0.999
Rows	6
Columns	1
Pontos Min	1
Pontos Max	100
Erro	24121,4363
Desvio Padrão	25241,34

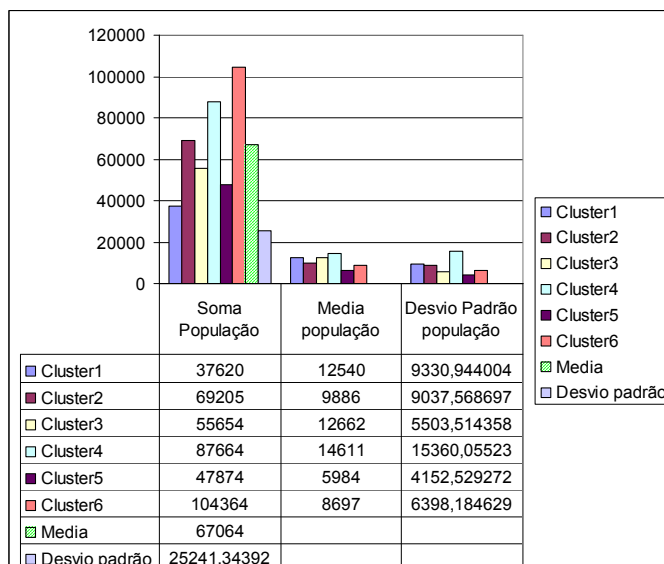


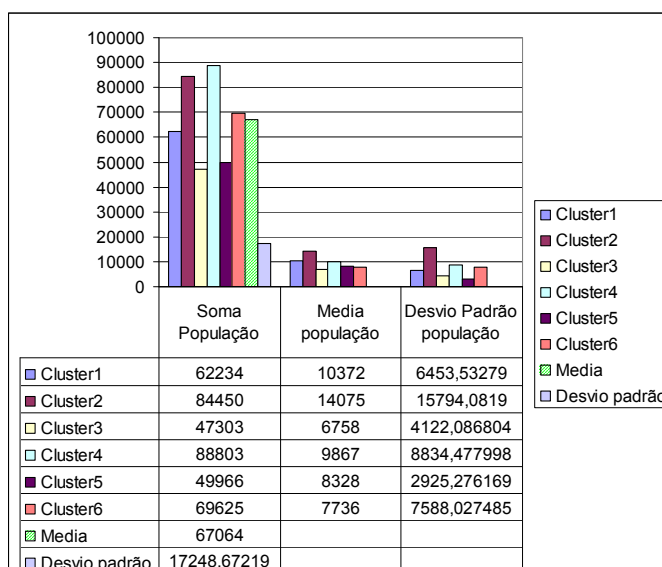
Figura 12 – Variação da taxa de aprendizagem

Após a variação da taxa de aprendizagem (0.3, 0.5 e 0.8) podemos concluir que o teste que fornece melhor resultados é aquele em que o valor de 0.5 é usado. Embora o valor do erro não seja o menor para este teste, o desvio padrão leva-nos a assumir que este é o melhor teste. O facto do erro não ser o menor apenas nos diz que em termos de problema “*p-median*” a solução melhor é a 1ª. No entanto em termos de construção de regiões o resultado obtido no 2º teste é notoriamente mais satisfatório, uma vez que os valores de população para as várias regiões são mais aproximados.

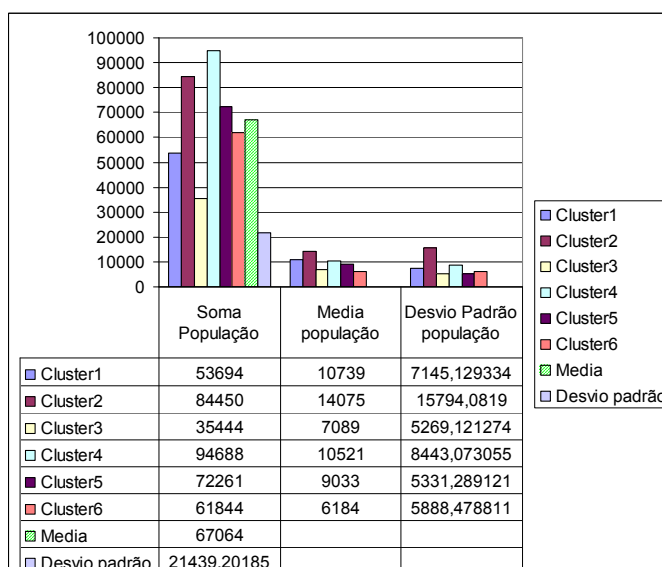
A segunda fase de testes consistiu na variação do valor de aprendizagem alterando a estrutura da rede neuronal, ou seja, passou a ser usada um rede neuronal bidimensional

(3x2) permitindo avaliar a importância da dimensionalidade da rede no treino. Os resultados obtidos nos testes estão apresentados na figura seguinte (Figura 13).

LR	0.3
Viz	4
Momentum	0.999
Rows	3
Columns	2
Pontos Min	1
Pontos Max	100
Erro	24642,389
Desvio Padrão	17248,67



LR	0.5
Viz	4
Momentum	0.999
Rows	3
Columns	2
Pontos Min	1
Pontos Max	100
Erro	24457,66156
Desvio Padrão	21439,20



LR	0.8
Viz	4
Momentum	0.999
Rows	3
Columns	2
Pontos Min	1
Pontos Max	100
Erro	24457,66156
Desvio Padrão	23244,082

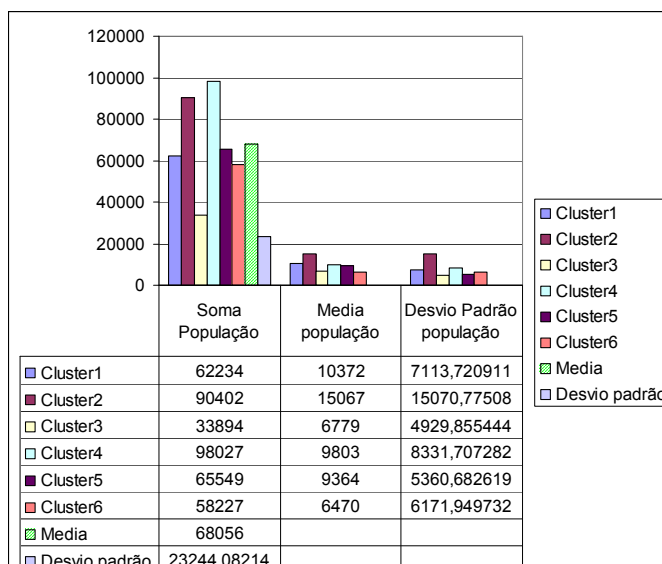


Figura 13 – Variação da estrutura da rede neuronal

Como podemos observar nos resultados apresentados, mais uma vez a taxa de aprendizagem 0.5 produz a melhor solução. Em termos de erro, estamos perante valores muito próximos nos vários testes, havendo um valor melhor de desvio padrão no teste referido.

Comparando os valores obtidos com a rede neuronal unidimensional e bidimensional, o resultado é o esperado, ou seja, a rede unidimensional fornece melhores valores. Este facto deve-se a que numa rede neuronal unidimensional os neurónios possuem uma maior “liberdade” de movimento. Neste tipo de rede cada neurónio possui, para o caso de estudo, 1 ou 2 vizinhos, consoante se encontra na extremidade ou no centro da rede. Com a introdução da bidimensionalidade, os neurónios passaram a possuir 2 ou 3 vizinhos, consoante se encontra na extremidade ou no centro da rede. A existência de um número mais elevado de neurónios vizinhos implica por parte desses mesmos neurónios um esforço maior na sua mobilidade.

Na Figura 14 pode-se observar o tipo de *output* produzido pelo soMGis. Apesar de serem necessárias algumas melhorias, o soMGis permite, desde já, construir de forma simples e rápida várias soluções quer para o problema “*p-median*”, quer para o desenho de regiões equilibradas em termos populacionais.

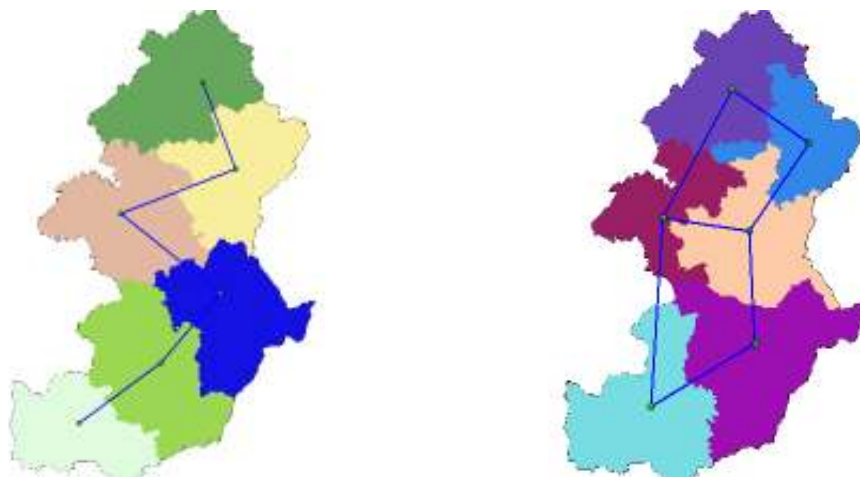


Figura 14 – Criação de regiões, a partir de redes unidimensional e bidimensional.

6. Conclusões

A aplicação soMGis permite de forma fácil e rápida obter soluções para o problema do “*p-median*”, não apenas para dados de população mas de uma forma mais geral para qualquer tipo de variável. Adicionalmente, o soMGis permite ainda a construção de regiões populacionalmente semelhantes. A resolução do problema da construção de regiões é atingida aglomerando os concelhos em regiões maiores, usando como referência a solução do “*p-median*”. Os testes executados mostram que o soMGis é relativamente consistente e robusto, já que diferentes parameterizações acabam por resultar em resultados relativamente semelhantes. Como foi demonstrado através dos testes, os SOM unidimensionais são mais adequados a este tipo de tarefa. Os melhores resultados foram conseguidos com a rede unidimensional usando como taxa de aprendizagem inicial 0.5.

7. Referências

Baçaõ, F.; Painho, M. (2002) “*A point approach to zone design*”. Proceedings of the 5th AGILE conference, on Geographic Information Science, Palma, Balearic Islands

Baçaõ, F.; Lobo, V.; Painho, M. (2004) “*Applying Genetic Algorithms to Zone Design*”. Soft Computing: A Fusion of Foundations, Methodologies and Applications. Springer-Verlag Heidelberg

Campbell, J. (1996) *Introduction to Remote Sensing*. The Guilford Press

Firipidis, T. SOM Visual Basic Source Code <http://www.geocities.com/takisfmf/>

Gomes, H.; Lobo, V.; Ribeiro A. (2004) - “*Application of Clustering Methods for Optimizing the Location of Treated Wood Remediation Units*”. I Jornadas de Classificação e Análise de Dados. Associação Portuguesa de Classificação e Análise de Dados. Lisboa

Krarup, J. and Pruzan, P. (1983) “*The simple plant location problem: survey and synthesis.*” European J. Oper. Res. 12, N 1, p.36-81.

Kohonen, T. (2001) *Self-Organizing Maps*. Information Sciences. Springer.

Megiddo, N. & K. Supowit (1984). *On the complexity of some common geometric location problems*. SIAM Journal on Computing, 18: 182-196.

Mirchandani, P. & Francis, R. (1990) *Discrete Location Theory*. Wiley-Interscience.

Openshaw, S., (1978), *An empirical study of some zone design criteria*. Environment and Planning A 10: 781-94

Plastia, F. (2002). *Continuous Covering Location Problems*. Facility Location - Applications and Theory. Z. Drezner & H. W. Hamacher, Springer-Verlag, Heidelberg.

Rizzo; Arrigo, M. (2002) *Spatial Organization Using Self-Organizing Neural Networks* <http://www.csd.tamu.edu/~shipman/SpatialHypertext/SH2/rizzo.pdf>

Tso, B.; Mather, P.; (2001) *Classification methods for remotely sensed data*. Taylor and Francis. New York